

### 3.1. WŁASNOŚCI FUNKCJI LINIOWEJ

**Wzór funkcji liniowej**  $y = ax + b$ ,  
gdzie  $a, b \in R$ .

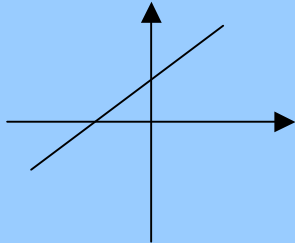
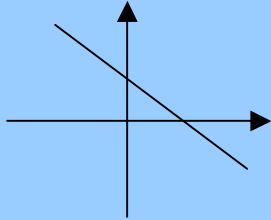
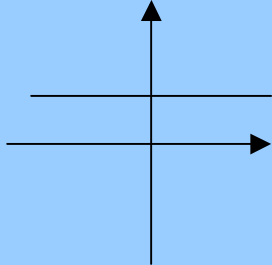
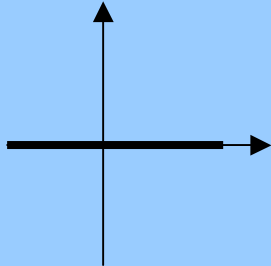
$a$  - współczynnik kierunkowy  
 $b$  - współczynnik stały

Przykład 3.1.1. Napisz wzór funkcji liniowej o współczynniku kierunkowym równym 5, której wykres przechodzi przez punkt  $(3, -1)$ .

Rozwiązanie	Komentarz
$a = 5$	Współczynnik kierunkowy jest równym 5.
$y = 5x + b$ $(3, -1)$ $-1 = 5 \cdot 3 + b$ $-1 = 15 + b$ $-b = 15 + 1$ $-b = 16 / : (-1)$ $b = -16$ Odp. $y = 5x - 16$	Obliczamy współczynnik $b$ , podstawiając współrzędne punktu $(3, -1)$ do wzoru funkcji $y = 5x + b$

## Wykres i własności funkcji liniowej

Wykresem funkcji liniowej jest prosta

Warunki Wzór funkcji	Wykres	Dziedzina	Zbiór wartości	Miejsca zerowe	Monotoniczność
$a > 0$  $y = ax + b$		$D : x \in R$	$y \in R$	jedno miejsce zerowe $x = \frac{-b}{a}$	funkcja rosnąca
$a < 0$  $y = ax + b$		$D : x \in R$	$y \in R$	jedno miejsce zerowe $x = \frac{-b}{a}$	funkcja malejąca
$a = 0 \wedge b \neq 0$  $y = b$		$D : x \in R$	$y \in \{b\}$	nie ma miejsca zerowego	funkcja stała
$a = 0 \wedge b = 0$  $y = 0$		$D : x \in R$	$y \in \{0\}$	nieskończenie wiele miejsc zerowych $x \in R$	funkcja stała

Przykład 3.1.2. Wyznacz wartość parametru  $m$  wiedząc, że funkcja liniowa  $y = (2m + 4)x - 3$  jest rosnąca.

Rozwiązanie	Komentarz
$y = (2m + 4)x - 3$ $a = 2m + 4$ $2m + 4 > 0$ $2m > -4 / : 2$ $m > -2$ Odp. $m \in (-2, +\infty)$	Funkcja jest rosnąca, gdy $a > 0$ Współczynnik kierunkowy $a$ jest to współczynnik przy $x$

Przykład 3.1.3. Wyznacz wartości współczynnika  $b$ , dla których miejsce zerowe funkcji liniowej  $y = \frac{1}{4}x + b$  jest większe od  $-2$ .

Rozwiązanie	Komentarz
$y = \frac{1}{4}x + b$ $\frac{1}{4}x + b = 0$ $\frac{1}{4}x = -b / \cdot 4$ $x = -4b$ $x_0 = -4b$ - miejsce zerowe	Wyznaczamy miejsce zerowe funkcji $y = \frac{1}{4}x + b$
$-4b > -2$ $-4b > -2 / : -4$ $b < \frac{2}{4}$ $b < \frac{1}{2}$ Odp. $b \in \left(-\infty, \frac{1}{2}\right)$	Obliczamy $b$ wiedząc, że miejsce zerowe funkcji $y = \frac{1}{4}x + b$ jest większe od $-2$ .

Przykład 3.1.4. Wyznacz współrzędne punktów przecięcia wykresu funkcji  $y = \frac{3}{4}x - 5$  z osiami układu współrzędnych.

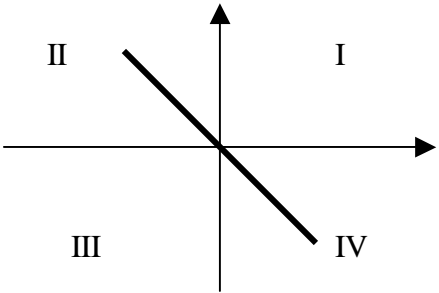
Rozwiązanie	Komentarz
$y = \frac{3}{4}x - 5$ $0 = \frac{3}{4}x - 5$ $-\frac{3}{4}x = -5 / : \left(-\frac{3}{4}\right)$ $x = -5 \cdot \left(-\frac{4}{3}\right)$ $x = \frac{20}{3}$ <p><math>\left(\frac{20}{3}, 0\right)</math> - punkt przecięcia wykresu funkcji z osią OX</p>	<p>Wyznaczamy współrzędne punktu przecięcia wykresu funkcji <math>y = \frac{3}{4}x - 5</math> z osią OX, podstawiając za y zero.</p>
$y = \frac{3}{4}x - 5$ $y = \frac{3}{4} \cdot 0 - 5 = 0 - 5 = -5$ <p><math>(0, -5)</math> - punkt przecięcia wykresu funkcji z osią OY</p>	<p>Wyznaczamy współrzędne punktu przecięcia wykresu funkcji <math>y = \frac{3}{4}x - 5</math> z osią OY, podstawiając za x zero</p>

Przykład 3.1.5. Dla jakich argumentów funkcja  $f(x) = 4x - 5$  przyjmuje wartości nie mniejsze od wartości funkcji  $g(x) = -2x + 7$ ?

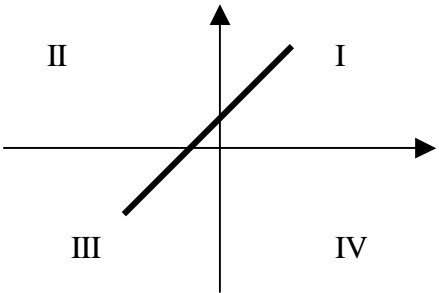
Rozwiązanie	Komentarz
$f(x) \geq g(x)$ $4x - 5 \geq -2x + 7$ $4x + 2x \geq 7 + 5$ $6x \geq 12 / : 6$ $x \geq 2$ <p>Odp. <math>x \in \langle 2, +\infty \rangle</math></p>	<p>Wykorzystując warunek, że wartości funkcji <math>f</math> są nie mniejsze od wartości funkcji <math>g</math>, zapisujemy nierówność, której rozwiązanie pozwoli nam znaleźć szukane argumenty.</p>

Przykład 3.1.6. Jakie znaki mają współczynniki  $a, b$  funkcji liniowej  $y = ax + b$ , której wykres przechodzi przez:

a) II i IV ćwiartkę układu współrzędnych,

Rozwiązanie	Komentarz
	<p>Rysujemy wykres funkcji liniowej przechodzący przez II i IV ćwiartkę układu współrzędnych</p>
<p>funkcja malejąca <math>\Rightarrow a &lt; 0</math>                      wykres przecina oś OY w punkcie <math>(0,0) \Rightarrow b = 0</math></p>	<p>Na podstawie rysunku widzimy, że funkcja jest malejąca oraz jej wykres przecina oś OY w punkcie <math>(0,0)</math></p>

b) I, II, i III ćwiartkę układu współrzędnych ?

Rozwiązanie	Komentarz
	<p>Rysujemy wykres funkcji liniowej przechodzący przez I, II i III ćwiartkę układu współrzędnych</p>
<p>funkcja rosnąca <math>\Rightarrow a &gt; 0</math>                      wykres przecina dodatnią półoś OY <math>\Rightarrow b &gt; 0</math></p>	<p>Na podstawie rysunku widzimy, że funkcja jest rosnąca oraz jej wykres przecina dodatnią półoś OY</p>

## ĆWICZENIA

Ćwiczenie 3.1.1. (1pkt.) Napisz wzór funkcji liniowej, która przechodzi przez punkt  $(3, -4)$  i jest funkcją stałą.

### schemat oceniania

Numer odpowiedzi	Odpowiedź	Liczba punktów
1	Podanie wzoru funkcji liniowej.	1

Ćwiczenie 3.1.2. (2pkt.) Wyznacz współrzędne punktów przecięcia wykresu funkcji  $y = \sqrt{2}x - \sqrt{2} + 4$  z osiami układu współrzędnych.

### schemat oceniania

Numer odpowiedzi	Odpowiedź	Liczba punktów
1	Podanie współrzędnych punktu przecięcia wykresu funkcji z osią OX.	1
2	Podanie współrzędnych punktu przecięcia wykresu funkcji z osią OY.	1

Ćwiczenie 3.1.3. (1pkt.) Dla jakiej wartości  $n$  punkt  $P = (2n, n + 1)$  należy do wykresu funkcji  $y = 2x + 3$ ?

### schemat oceniania

Numer odpowiedzi	Odpowiedź	Liczba punktów
1	Podanie wartości $n$ .	1

Ćwiczenie 3.1.4. (1pkt.) Napisz wzór funkcji liniowej, wiedząc, że jej miejscem zerowym jest liczba  $-2$  i jej wykres przecina oś OY w punkcie  $(0, 5)$ .

### schemat oceniania

Numer odpowiedzi	Odpowiedź	Liczba punktów
1	Podanie wzoru funkcji liniowej.	1